

La prova scritta di matematica degli esami di Stato di liceo scientifico: contenuti e valutazione

Analisi dei dati lombardi dell'Indagine nazionale

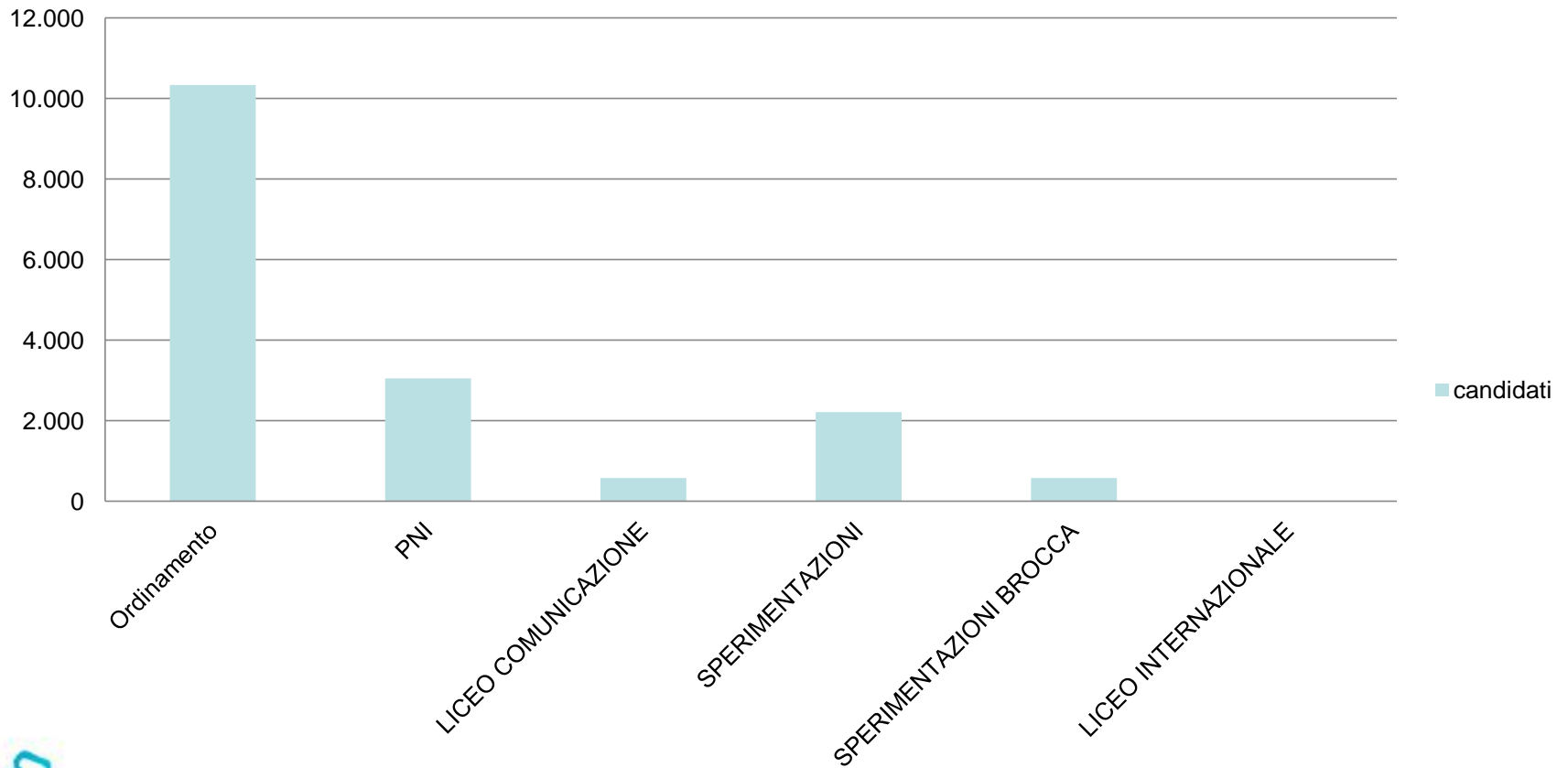
a cura di Anna Negri

LOMBARDIA

	COMMISSIONI	CANDIDATI	CLASSI	% ITALIA
ORDINAMENTO	277	10334	471	14%
PNI	108	3049	154	11%
LICEO COMUNICAZIONE	15	571	30	23%
SPERIMENTAZIONI	63	2205	109	24%
SPERIMENTAZIONI BROCCA	19	571	28	6%
LICEO INTERNAZIONALE				
TOTALE	482	16730	792	14%

Distribuzione candidati Lombardia

Distribuzione candidati



I dati lombardi dell'indagine

- Distribuzione commissioni per province
- Distribuzione candidati interne ed esterni
- Analisi dei problemi e dei quesiti per indirizzo
- Valutazione di problemi e quesiti e risultati delle prove

N.B. – Nelle tabelle e nei grafici compare il riferimento a “AL” – altro: insieme di dati non riferibile ad alcuna provincia.

DISTRIBUZIONI COMMISSIONI SCUOLE

INDIRIZZI	paritario								statale														TOTALE
	AL	BG	BS	CO	LC	MI	VA	TOTALE	AL	BG	BS	CO	CR	LC	LO	MI	MN	PV	SO	VA	TOTALE		
Altre_sperimentazioni		2	1					3	1		3			1	1	6		1		1	14	17	
Ordinamento	1	3	4	1		9	4	22	1	10	24	8	2	5		54	1	4	2	18	129	151	
PNI-Brocca-Autonomia									1	9	4	5	9	2	1	27	2	4	6	8	78	78	
Scienze_della_comunicazione			1		1	3	1	6														6	
TOTALE	1	5	6	1	1	12	5	31	3	19	31	13	11	8	2	87	3	9	8	27	221	252	

DISTRIBUZIONI CANDIDATI INTERNI ED ESTERNI scuola paritaria

	paritario		BG	BS	CO	LC	MI	VA	TOTALE							
	AL								INT	EST						
INDIRIZZI	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST						
Altre_sperimentazioni			66	7	21	9					87	16				
Ordinamento	34	0	116	14	168	18	24	0		339	30	145	0	826	62	
PNI-Brocca-Autonomia																
Scienze_della_comunicazione					36	3			31	0	118	0	44	0	229	3
Totale complessivo	34	0	182	21	225	30	24	0	31	0	457	30	189	0	1142	81

DISTRIBUZIONI CANDIDATI INTERNI ED ESTERNI scuola statale

	statale																											
	AL		BG		BS		CO		CR		LC		LO		MI		MN		PV		SO		VA		TOTALE			
INDIRIZZI	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST	INT	EST
Altre_sperimentazioni	36	1			132	0					17	0	15	0	170	0			21	0			44	0	435	1	522	17
Ordinamento	75	2	286	0	562	2	226	0	57	0	171	1			939	13	52	0	143	3	19	0	465	3	2995	24	3821	86
PNI-Brocca-Autonomia	91	0	246	0	90	0	121	0	227	0	45	0	37	0	410	1	48	1	94	0	188	4	163	0	1760	6	1760	6
Scienze_della_comunicazione																												
Totale complessivo	202	3	532	0	784	2	347	0	284	0	233	1	52	0	1519	14	100	1	258	3	207	4	672	3	5190	31	6332	112

Analisi dei problemi – ordinamento

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e risponda a 5 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Si considerino le funzioni f e g definite, per tutti gli x reali, da:

$$f(x) = x^3 - 4x \quad \text{e} \quad g(x) = \text{sen} \pi x$$

1. Fissato un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy , si studino f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici G_f e G_g .
2. Si calcolino le ascisse dei punti di intersezione di G_f con la retta $y = -3$. Successivamente, si considerino i punti di G_g a tangente orizzontale la cui ascissa è compresa nell'intervallo $[-6; 6]$ e se ne indichino le coordinate.
3. Sia R la regione del piano delimitata da G_f e G_g sull'intervallo $[0; 2]$. Si calcoli l'area di R .
4. La regione R rappresenta la superficie libera dell'acqua contenuta in una vasca. In ogni punto di R a distanza x dall'asse y la misura della profondità dell'acqua nella vasca è data da $h(x) = 3 - x$. Quale integrale definito dà il volume dell'acqua? Supposte le misure in metri, quanti litri di acqua contiene la vasca?

Analisi dei problemi – ordinamento

PROBLEMA 2

Sia f la funzione definita sull'insieme \mathbf{R} dei numeri reali da

$$f(x) = (ax + b) e^{-\frac{x}{3}} + 3$$

dove a e b sono due reali che si chiede di determinare sapendo che f ammette un massimo nel punto d'ascissa 4 e che $f(0) = 2$.

1. Si provi che $a = 1$ e $b = -1$.
2. Si studi su \mathbf{R} la funzione $f(x) = (x - 1) e^{-\frac{x}{3}} + 3$ e se ne tracci il grafico Γ nel sistema di riferimento Oxy .
3. Si calcoli l'area della regione di piano del primo quadrante delimitata da Γ , dall'asse y e dalla retta $y = 3$.
4. Il profitto di una azienda, in milioni di euro, è stato rappresentato nella tabella sottostante designando con x_i l'anno di osservazione e con y_i il corrispondente profitto.

Anno	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	1,97	3,02	3,49	3,71	3,80	3,76	3,65

Si cerca una funzione che spieghi il fenomeno dell'andamento del profitto giudicando accettabile una funzione g definita su \mathbf{R}^+ se per ciascun x_i oggetto dell'osservazione, si ha: $|g(x_i) - y_i| \leq 10^{-1}$. Si verifichi, con l'aiuto di una calcolatrice, che è accettabile la funzione f del punto 2 e si dica, giustificando la risposta, se è vero che, in tal caso, l'evoluzione del fenomeno non potrà portare a profitti inferiori ai 3 milioni di euro.

Analisi dei problemi – PNI

PROBLEMA 1

Sia f la funzione definita sull'insieme \mathbf{R} dei numeri reali da $f(x) = x + \ln 4 + \frac{2}{e^x + 1}$ e sia Γ la sua rappresentazione grafica nel sistema di riferimento Oxy .

1. Si determini il limite di $f(x)$ per x che tende a $+\infty$ e a $-\infty$. Si calcoli $f(x) + f(-x)$ e si spieghi perchè dal risultato si può dedurre che il punto $A(0; 1 + \ln 4)$ è centro di simmetria di Γ .
2. Si provi che, per tutti i reali m , l'equazione $f(x) = m$ ammette una e una sola soluzione in \mathbf{R} . Sia α la soluzione dell'equazione $f(x) = 3$; per quale valore di m il numero $-\alpha$ è soluzione dell'equazione $f(x) = m$?
3. Si provi che, per tutti gli x reali, è: $f(x) = x + 2 + \ln 4 - \frac{2e^x}{e^x + 1}$. Si provi altresì che la retta r di equazione $y = x + \ln 4$ e la retta s di equazione $y = x + 2 + \ln 4$ sono asintoti di Γ e che Γ è interamente compresa nella striscia piana delimitata da r e da s .
4. Posto $I(\beta) = \int_0^\beta [f(x) - x - \ln 4] dx$, si calcoli: $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} I(\beta)$. Qual è il significato geometrico del risultato ottenuto?

Analisi dei problemi – PNI

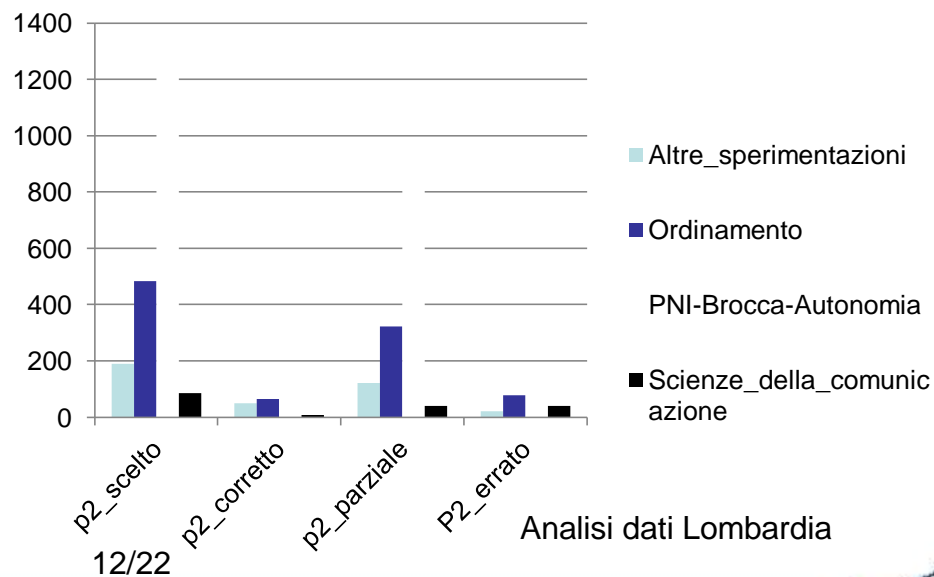
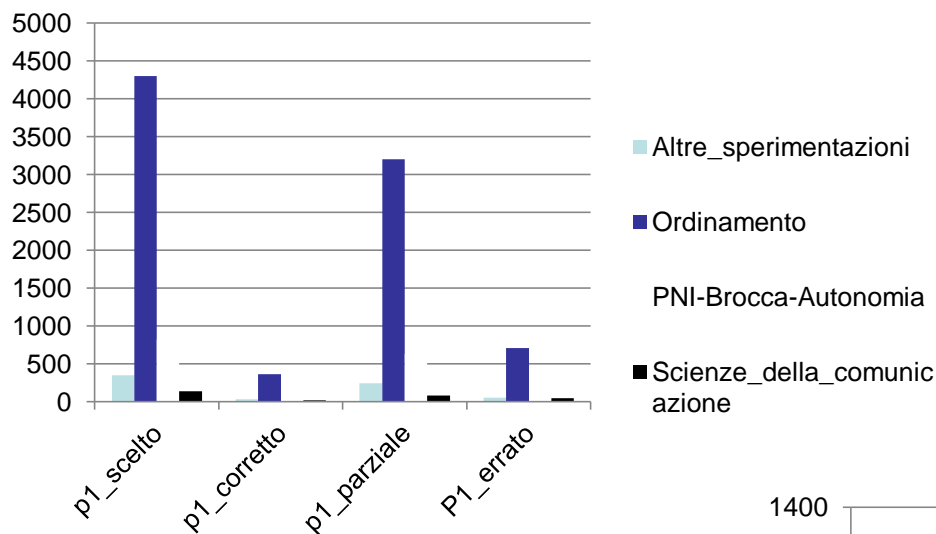
PROBLEMA 2

Per il progetto di una piscina, un architetto si ispira alle funzioni f e g definite, per tutti gli x reali, da:

$$f(x) = x^3 - 16x \quad \text{e} \quad g(x) = \text{sen} \frac{\pi}{2} x$$

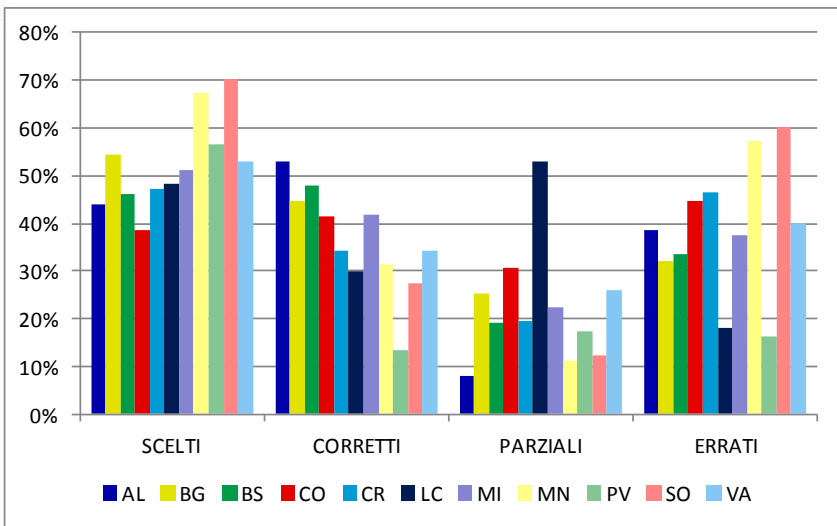
1. Si studino le funzioni f e g e se ne disegnino i rispettivi grafici in un conveniente sistema di riferimento cartesiano Oxy . Si considerino i punti del grafico di g a tangente orizzontale la cui ascissa è compresa nell'intervallo $[-10; 10]$ e se ne indichino le coordinate.
2. L'architetto rappresenta la superficie libera dell'acqua nella piscina con la regione R delimitata dai grafici di f e di g sull'intervallo $[0; 4]$. Si calcoli l'area di R .
3. Ai bordi della piscina, nei punti di intersezione del contorno di R con le rette $y = -15$ e $y = -5$, l'architetto progetta di collocare dei fari per illuminare la superficie dell'acqua. Si calcolino le ascisse di tali punti (è sufficiente un'approssimazione a meno di 10^{-1}).
4. In ogni punto di R a distanza x dall'asse y , la misura della profondità dell'acqua nella piscina è data da $h(x) = 5 - x$. Quale sarà il volume d'acqua nella piscina? Quanti litri d'acqua saranno necessari per riempire la piscina se tutte le misure sono espresse in metri?

Analisi dei problemi – dati regionali

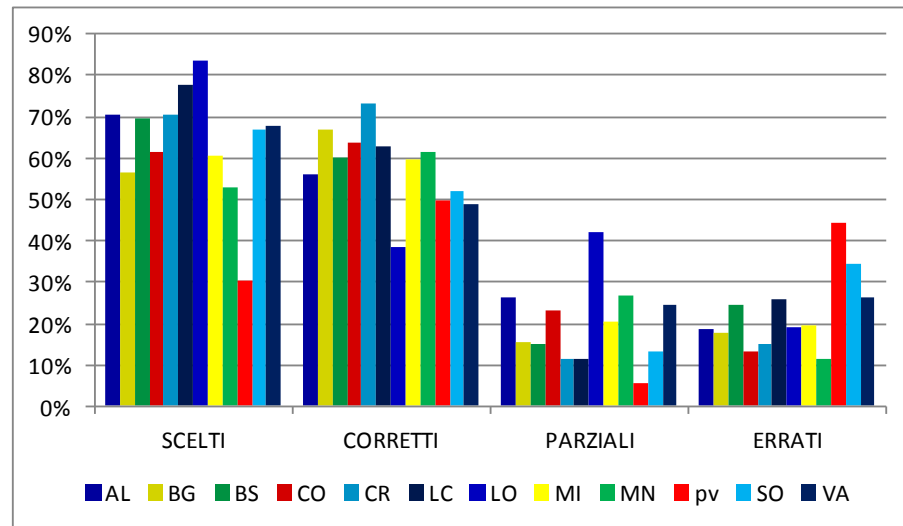


Analisi dati Lombardia

Quesiti comuni – quesito 2



ORDINAMENTO



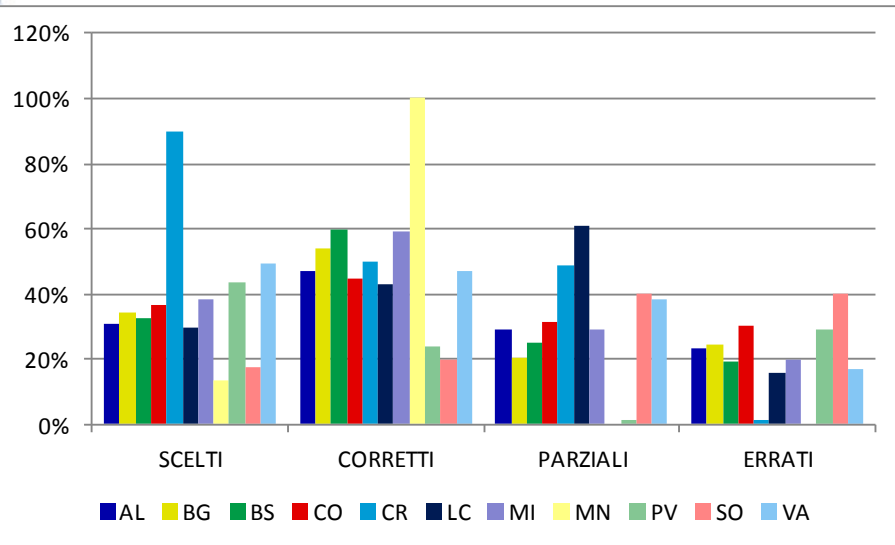
PNI

QUESTIONARIO

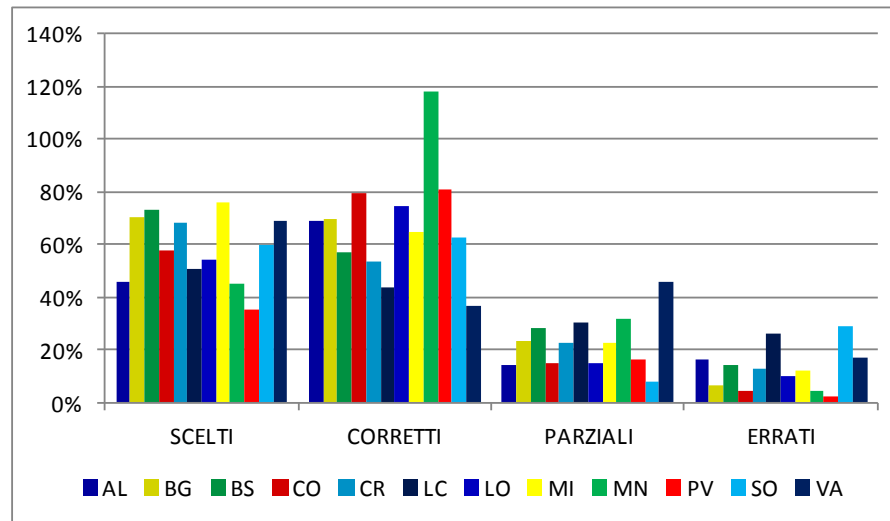
1. Un serbatoio ha la stessa capacità del cilindro di massimo volume inscritto in una sfera di raggio 60 cm. Quale è la capacità in litri del serbatoio?
2. Si trovi il punto della curva $y = \sqrt{x}$ più vicino al punto di coordinate (4; 0).



Quesiti comuni – quesito 4



ORDINAMENTO

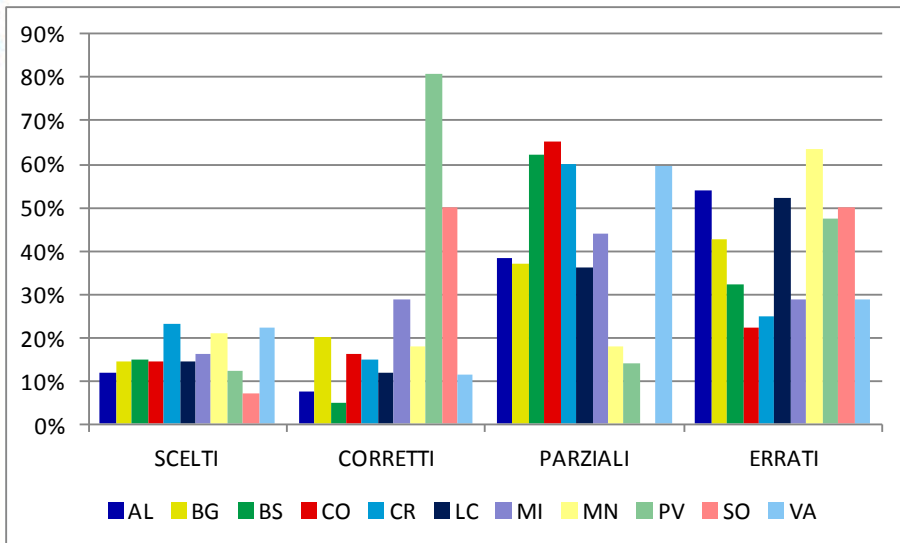


PNI

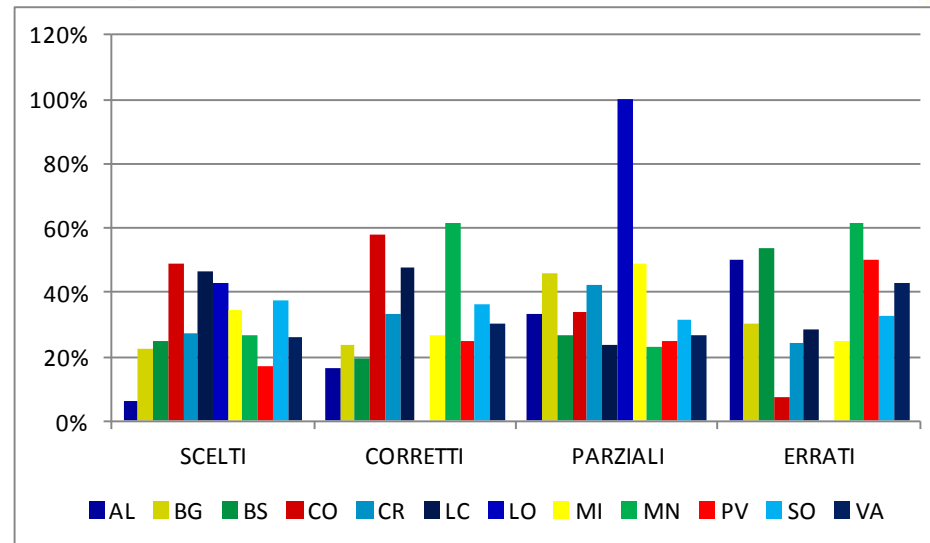
QUESTIONARIO

1. Un serbatoio ha la stessa capacità del cilindro di massimo volume inscritto in una sfera di raggio 60 cm. Quale è la capacità in litri del serbatoio?
2. Si trovi il punto della curva $y = \sqrt{x}$ più vicino al punto di coordinate (4; 0).
3. Sia R la regione delimitata dalla curva $y = x^3$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$ e sia W il solido ottenuto dalla rotazione di R attorno all'asse y . Si calcoli il volume di W .
4. Il numero delle combinazioni di n oggetti a 4 a 4 è uguale al numero delle combinazioni degli stessi oggetti a 3 a 3. Si trovi n .

Quesiti comuni – quesito 8



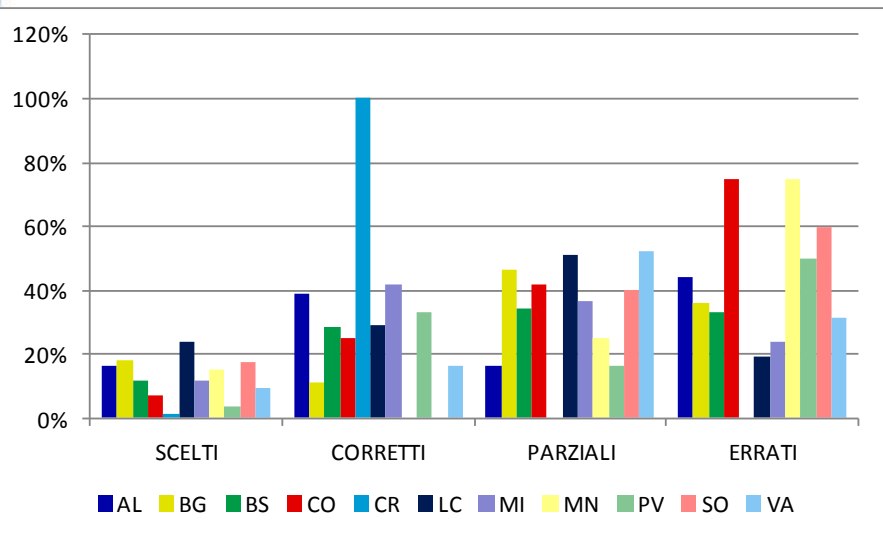
ORDINAMENTO



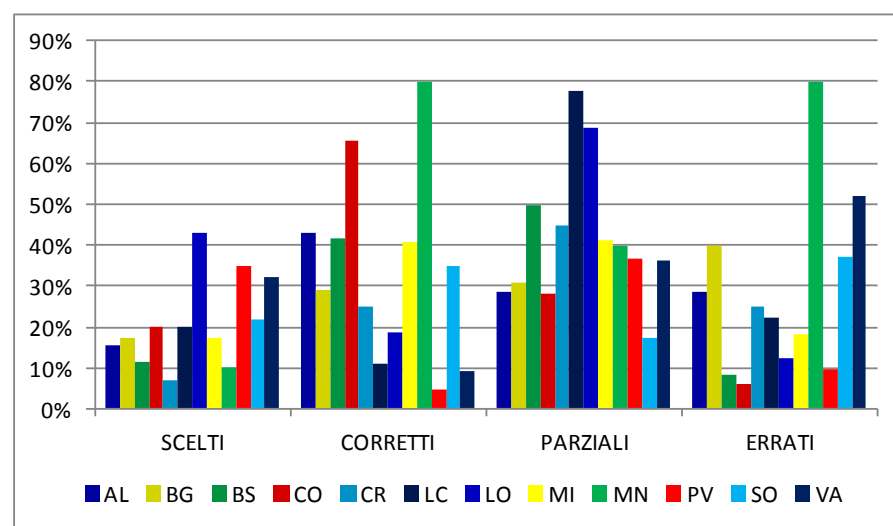
PNI

7. Si provi che l'equazione: $x^{2011} + 2011x + 12 = 0$ ha una sola radice compresa fra -1 e 0 .
8. In che cosa consiste il problema della *quadratura del cerchio*? Perché è così spesso citato?
9. Si provi che, nello spazio ordinario a tre dimensioni, il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre vertici di un triangolo rettangolo è la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il punto medio dell'ipotenusa.

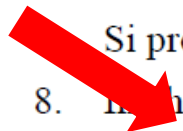
Quesiti comuni – quesito 9



ORDINAMENTO



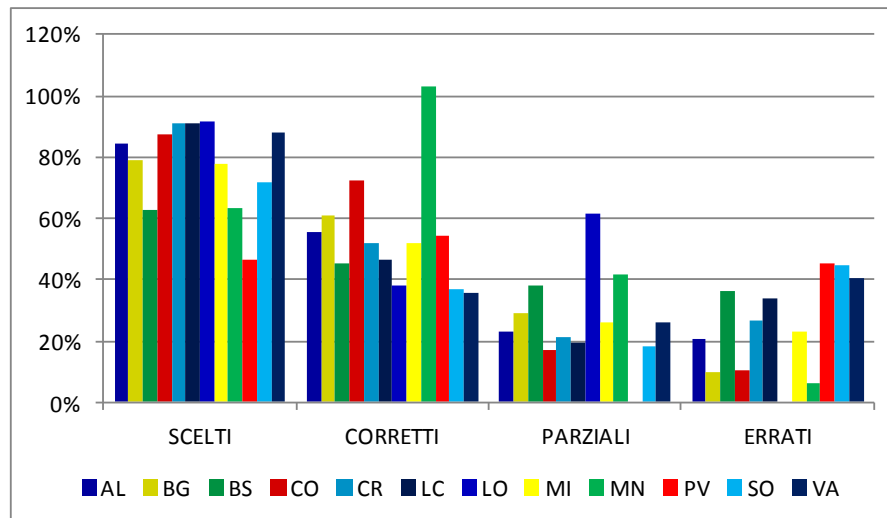
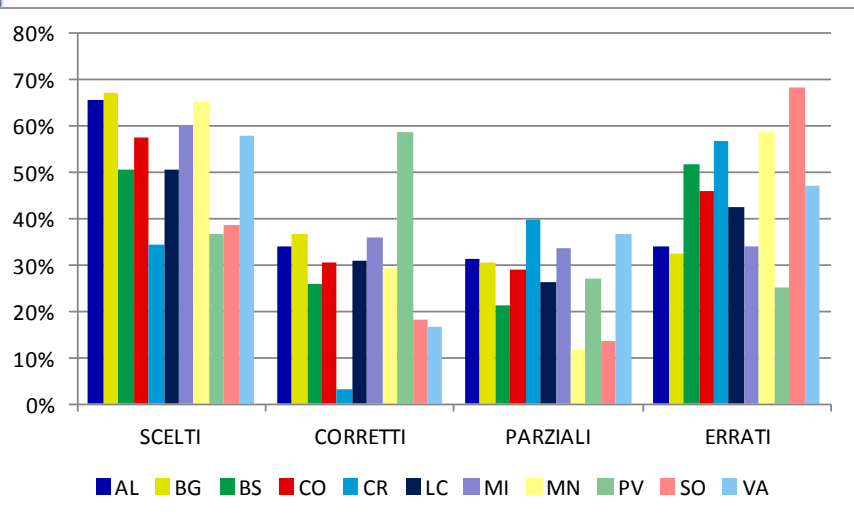
PNI



Si provi che l'equazione: $x^{2011} + 2011x + 12 = 0$ ha una sola radice compresa fra -1 e 0 .

8. In che cosa consiste il problema della *quadratura del cerchio*? Perché è così spesso citato?
9. Si provi che, nello spazio ordinario a tre dimensioni, il luogo geometrico dei punti equidistanti dai tre vertici di un triangolo rettangolo è la retta perpendicolare al piano del triangolo passante per il punto medio dell'ipotenusa.

Quesiti comuni – quesito 10



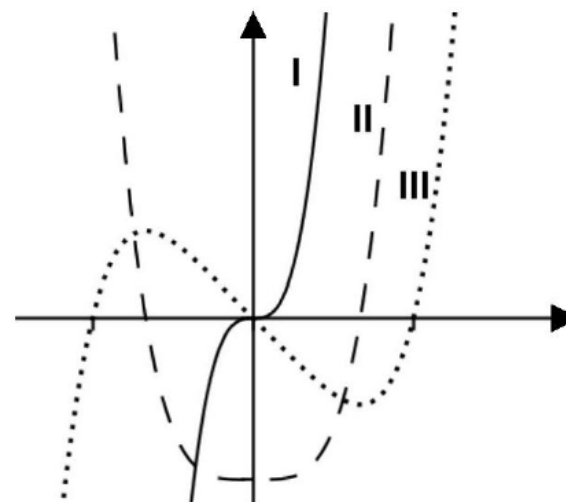
ORDINAMENTO

10. Nella figura a lato, denotati con I, II e III, sono disegnati tre grafici. Uno di essi è il grafico di una funzione f , un altro lo è della funzione derivata f' e l'altro ancora di f'' .
Quale delle seguenti alternative identifica correttamente ciascuno dei tre grafici?

	f	f'	f''
A)	I	II	III
B)	I	III	II
C)	II	III	I
D)	III	II	I
E)	III	I	II

Si motivi la risposta.

PNI



Gli altri quesiti PNI

Indirizzo: PIANO NAZIONALE INFORMATICA

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Silvia, che ha frequentato un indirizzo sperimentale di liceo scientifico, sta dicendo ad una sua amica che la *geometria euclidea* non è più vera perchè per descrivere la realtà del mondo che ci circonda occorrono modelli di *geometria non euclidea*. Silvia ha ragione? Si motivi la risposta.
2. Si trovi il punto della curva $y = \sqrt{x}$ più vicino al punto di coordinate (4; 0).
3. Sia R la regione delimitata, per $x \in [0, \pi]$, dalla curva $y = \sin x$ e dall'asse x e sia W il solido ottenuto dalla rotazione di R attorno all'asse y . Si calcoli il volume di W .
4. Il numero delle combinazioni di n oggetti a 4 a 4 è uguale al numero delle combinazioni degli stessi oggetti a 3 a 3. Si trovi n .
5. In una delle sue opere G. Galilei fa porre da Salviati, uno dei personaggi, la seguente questione riguardante l'insieme N dei numeri naturali ("i numeri tutti"). Dice Salviati: «...se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissima: non è così?». Come si può rispondere all'interrogativo posto e con quali argomentazioni?
6. Di tutti i coni inscritti in una sfera di raggio 10 cm, qual è quello di superficie laterale massima?
7. Un test d'esame consta di dieci domande, per ciascuna delle quali si deve scegliere l'unica risposta corretta fra quattro alternative. Quale è la probabilità che, rispondendo a caso alle dieci domande, almeno due risposte risultino corrette?

Gli altri quesiti ordinamento

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: SCIENTIFICO

Tema di: MATEMATICA

QUESTIONARIO

1. Un serbatoio ha la stessa capacità del cilindro di massimo volume inscritto in una sfera di raggio 60 cm. Quale è la capacità in litri del serbatoio?
2. Si trovi il punto della curva $y = \sqrt{x}$ più vicino al punto di coordinate (4; 0).
3. Sia R la regione delimitata dalla curva $y = x^3$, dall'asse x e dalla retta $x = 2$ e sia \mathcal{W} il solido ottenuto dalla rotazione di R attorno all'asse y . Si calcoli il volume di \mathcal{W} .
4. Il numero delle combinazioni di n oggetti a 4 a 4 è uguale al numero delle combinazioni degli stessi oggetti a 3 a 3. Si trovi n .
5. Si trovi l'area della regione delimitata dalla curva $y = \cos x$ e dall'asse x da $x = 1$ a $x = 2$ *radianti*.
6. Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tga}}{x - a}$$

7. Si provi che l'equazione: $x^{2011} + 2011x + 12 = 0$ ha una sola radice compresa fra -1 e 0 .

Confronto risultati voti

PROVINCE	PROBLEMI			QUESITI			VOTI PROVA		
	corretti	parziali	errati	corretti	parziali	errati	OTTIMI	SUFFICIENTI	INSUFFICIENTI
AL	12,50%	66,67%	20,83%	37,01%	29,81%	33,18%	8,95%	43,97%	47,08%
BG	9,12%	79,84%	11,04%	37,15%	29,66%	33,19%	5,36%	52,00%	42,65%
BS	7,85%	77,24%	14,90%	35,25%	32,34%	32,41%	3,72%	45,30%	50,99%
CO	18,56%	62,08%	19,36%	40,03%	30,53%	29,44%	5,03%	55,73%	39,24%
CR	9,87%	83,47%	6,67%	36,79%	30,46%	32,75%	6,40%	50,67%	42,93%
LC	8,65%	73,31%	18,05%	29,35%	39,84%	30,81%	4,56%	40,30%	55,13%
LO	1,92%	98,08%	0,00%	29,00%	38,10%	32,90%	1,92%	55,77%	42,31%
MI	12,84%	73,27%	13,90%	36,02%	33,77%	30,20%	4,46%	46,52%	49,02%
MN	15,84%	71,29%	12,87%	38,10%	23,79%	38,10%	3,96%	73,27%	22,77%
PV	14,00%	67,67%	18,33%	39,68%	29,10%	31,22%	8,71%	65,48%	25,81%
SO	9,96%	53,14%	36,90%	31,13%	20,17%	48,70%	4,46%	44,24%	51,30%
VA	8,62%	72,05%	19,33%	25,82%	36,12%	38,06%	2,35%	47,89%	49,76%

COSA PENSANO I DOCENTI

- La struttura della prova da mantenere per lo più invariata, vantaggiosa per gli studenti
- Uso delle calcolatrici simboliche: si mantenga il divieto, per evitare l'alterazione della prova

COSA PENSANO I DOCENTI

- 70% riscontra continuità nella traccia rispetto gli ultimi 5 anni
- Sia nell' indirizzo Ordinamento che nel progetto PNI - Brocca si riscontra una buona corrispondenza tra programmi e tracce (tranne Q8-Q9)
- Si rileva un media complessità del calcolo e una media chiarezza espositiva del testo